

PREMIO BME

AL MEJOR TRABAJO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA SOBRE

PRODUCTOS DERIVADOS

CARTERAS NO DOMINADAS EN MERCADOS DE DERIVADOS SOBRE PETRÓLEO<sup>(1)</sup>



Anna Downarowicz



Alejandro Balbás



Javier Gil-Bazo

Dpto. de Economía de la Empresa.  
UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



mente superior con probabilidad positiva. En este sentido, definimos como eficiente aquella estrategia de inversión que no está dominada por otra. Si  $\pi(m)$  denota el coste mínimo de una estrategia que super-replica los pagos  $m$ ,  $\Lambda(x^i, y^i)$  representa los pagos de la estrategia  $(x^i, y^i)$  compuesta por posiciones largas,  $x^i$  y cortas,  $y^i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ , en los  $n$  activos disponibles, y  $\lambda(x^i, y^i)$  es el coste de dicha estrategia, entonces se demuestra bajo ciertas condiciones técnicas que si  $(x^i, y^i)$  está no dominada entonces existe un único factor de descuento estocástico,  $\delta$ , tal que:

$$E(m\delta) \leq \pi(m) \text{ para todo } m \quad [2]$$

$$E(\Lambda(x^i, y^i)\delta) = \lambda(x^i, y^i) \quad [3]$$

Como en los mercados perfectos, la existencia de un factor de descuento estocástico que cumpla [3] no garantiza la ausencia de oportunidades de arbitraje, pero genera una condición suficiente sobre la eficiencia de la cartera, que en un mercado perfecto libre de arbitraje está ya garantizada de antemano. En otras palabras, mientras que en los mercados perfectos la ausencia de arbitraje ya garantiza la ausencia de estrategias dominadas y, consecuentemente, el FDE sólo se utiliza para generar factores que expliquen el mercado (modelos CAPM y APT) o calcular carteras de mínima varianza (véase Chamberlain y Rothschild, 1983), en un mercado imperfecto libre de arbitraje el FDE resuelve también el problema de la dominancia de car-

La ausencia de oportunidades de arbitraje es el supuesto básico tanto en problemas de valoración de activos como en modelos de equilibrio. En mercados perfectos (sin fricciones ni restricciones de cartera) la ausencia de arbitraje implica la existencia de factores de descuento estocásticos (FDE) que permiten determinar el precio de un activo financiero como el valor esperado de sus pagos descontados (Chamberlain y Rothschild, 1983; Hansen y Richard, 1987). En concreto, si  $x$  es el pago futuro de un activo financiero y  $\delta$  es el FDE, entonces el precio ( $p$ ) del activo viene dado por<sup>(2)</sup>:

$$p = E(x\delta) \quad [1]$$

En mercados imperfectos, por el contrario, la ausencia de arbitraje no garantiza la existencia de FDE que cumplan [1]. Además, pese a que no haya arbitraje es posible observar carteras con pagos dominados por los de otras y precios no necesariamente inferiores.

El presente trabajo se une a esfuerzos anteriores por generalizar los resultados de la teoría de valoración de activos a mercados que incorporen fricciones (véanse Jouini y Kallal, 1995; He y Modest, 1995; o Luttmmer, 1996). En concreto, la aportación del trabajo es doble. En primer lugar, introducimos una noción de eficiencia asociada a la dominancia de carteras y la caracterizamos por la existencia de FDE apropiados en mercados imper-

fectos. En segundo lugar, apoyándonos en los resultados teóricos, contrastamos empíricamente la existencia de activos y carteras dominados en un mercado real, el New York Mercantile Exchange (NYMEX), y más específicamente, en el mercado de opciones sobre el futuro sobre el petróleo crudo.

METODOLOGÍA

Decimos que una cartera domina a otra si su coste no es superior, su corriente de pagos futuros nunca es inferior y además es estricta-



EL REPRESENTANTE DE BME, JOSÉ LUIS BUJANDA (INSTITUTO BME), HACE ENTREGA DEL PREMIO DE PRODUCTOS DERIVADOS

(1) Este artículo es un resumen del trabajo de los mismos autores: "Market Imperfections, Discount Factors and Stochastic Dominance: An Empirical Analysis with Oil-Linked Derivatives," Business Economics Working Papers wb055013, Universidad Carlos III, Departamento de Economía de la Empresa. Los autores agradecen al grupo Reuters (División España) y Damián Querol (Reuters) la base de datos, comentarios y ayuda prestada, así como la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia (refs.: BEC2003-09067-C04-03 y SEJ2004-01688/ECON) y de la Comunidad Autónoma de Madrid (ref: 06/HSE/0150/2004).

(2) Distintas formas de  $\delta$  en [1] dan lugar a distintos modelos de valoración, tanto en tiempo discreto (CAPM, APT, CAPM de consumo, etc...) como en tiempo continuo (Black-Scholes, Cox-Ingersoll-Ross, etc...).

teras. A nivel práctico, la búsqueda del  $\delta$  que maximice  $E(m\delta)$  nos permite evaluar la eficiencia de una cartera.

**MUESTRA Y RESULTADOS EMPÍRICOS**

Obtuvimos de Reuters datos de precios de oferta (*ask*) y demanda (*bid*) sincronizados para opciones *call* y *put* americanas sobre el contrato de futuro sobre el petróleo crudo negociadas en NYMEX. Los vencimientos de dichas opciones corresponden a Diciembre de 2004 y Enero de 2005 y sus precios de ejercicio están comprendidos entre 32 a 63 dólares con intervalos de 50 centavos. El período muestral abarca los días 3 a 16 de Noviembre de 2004 con frecuencia de 30 minutos en las horas en que el mercado permanece abierto (10h00 a 14h30).

En un primer análisis, para cada precio *bid* o *ask* en la muestra comprobamos la existencia de un factor de descuento estocástico que iguale el precio *bid* o *ask* al pago descontado esperado de la posición asociada. Si la posición larga o corta en el activo es eficiente, dicho factor de descuento estocástico debe existir y además es único. Si la posición es dominada, el mínimo coste de la posición estará por debajo del precio *ask* (o por encima del precio *bid* si se trata de una posición corta). La **Tabla 1** resume los principales resultados del análisis.

**TABLA 1.** Posiciones dominadas en activos individuales

	Posiciones Largas	Posiciones Cortas
Instantes en los que encontramos una posición dominada en un activo	46%	16%
Fracción de posiciones dominadas(*)	15,33%	13,82%
Mejora media en el precio de la posición(*)	25,49%	929%
Mejora máxima(*)	32,38%	929%

(\*) Estos valores resultan de calcular en primer lugar la fracción de posiciones dominadas, la mejora media en precios y la mejora máxima para cada instante y posteriormente promediar para todos los instantes.

**EJEMPLO 1**

El 11 de Noviembre a las 13h30, una opción *call* con vencimiento en Diciembre de 2004 y precio de ejercicio de 40 dólares se podía vender a 35 centavos. Una posición corta en esta opción sin embargo estaba dominada por la siguiente cartera:

- una posición larga en una *put* con mismo vencimiento, precio de ejercicio 47 dólares y precio *ask* 0,75 dólares,
- pedir prestado el valor actual de 7 dólares (tipo de interés 1, 875%)

Dado que la cartera permite obtener un ingreso de 6,25 dólares y los pagos a los que obliga no son superiores a los de la opción de compra, el precio de la posición podía mejorarse en 5,90 dólares sin riesgo.

De la **Tabla 1** se desprende que la presencia de posiciones dominadas en activos individuales es relativamente frecuente en este mercado. Las mejoras en precios pueden ser muy significativas (véase el **ejemplo 1**).

A continuación, sustituimos los precios de posiciones individuales dominadas por los precios eficientes de dichas posiciones, formamos todas las carteras posibles compuestas por posiciones en 2, 3 y 4 activos, y veri-

ficamos la eficiencia de esas carteras con respecto a los precios del resto de activos disponibles. Las **Tablas 2 y 3** reflejan la frecuencia con que las carteras son ineficientes en mercados imperfectos, así como la magnitud de las mejoras posibles que puede obtener un gestor de carteras o un intermediario en favor de sus clientes, sin incurrir en riesgos adicionales. Los resultados son robustos (si una cartera está dominada no puede ser eficiente en sentido media-varianza ni óptima para ninguna función de utilidad razonable) y no dependen de ningún supuesto sobre la dinámica del subyacente. Las implicaciones prácticas son especialmente interesantes para mercados poco líquidos y mercados emergentes. □

**TABLA 2.** Instantes en los que encontramos una cartera dominada

2 ACTIVOS				
Posición larga en 2 activos	Posición corta en 2 activos	Una posición larga y otra corta		
9%	8%	41%		
3 ACTIVOS				
Posición larga en 3 activos	Posición corta en 3 activos	1 posición corta y 2 largas	1 posición larga y 2 cortas	
6%	8%	40%	49%	
4 ACTIVOS				
Posición larga en 4 activos	Posición corta en 4 activos	1 posición corta y 3 largas	1 posición larga y 3 cortas	2 posiciones largas y 2 cortas
5%	9%	39%	49%	49%

**TABLA 3.** Mejora media en el coste de la posición

2 ACTIVOS				
Posición larga en 2 activos	Posición corta en 2 activos	Una posición larga y otra corta		
1,99%	4,90%	11,92%		
3 ACTIVOS				
Posición larga en 3 activos	Posición corta en 3 activos	1 posición corta y 2 largas	1 posición larga y 2 cortas	
1,63%	2,84%	5,95%	3,39%	
4 ACTIVOS				
Posición larga en 4 activos	Posición corta en 4 activos	1 posición corta y 3 largas	1 posición larga y 3 cortas	2 posiciones largas y 2 cortas
0,75%	1,85%	4,16%	2,88%	3,41%

**BIBLIOGRAFÍA**

Chamberlain, G. y M. Rothschild, 1983. Arbitrage, Factor Structure, and Mean-Variance Analysis on Large Assets. *Econometrica*, 51, 1281-1304.

Hansen, L.P. y S.F. Richard, 1987. The Role of Conditioning Information in Deducing Testable Restrictions Implied by Dynamic Asset Pricing Models. *Econometrica*, 55, 587-613.

He, H., y D. M. Modest, 1995. Market Frictions and Consumption-Based Asset Pricing. *Journal of Political Economy*, 103, 94-117.

Jouini, E. y H. Kallal, 1995. Martingales and Arbitrage in Securities Markets with Transaction Costs. *Journal of Economic Theory*, 66, 178-197.

Luttmer, 1996. Asset Pricing in Economies with Frictions. *Econometrica*, 64, 1439-1467.